

### 36. 三角形の面積

(1) $9\sqrt{3}$	(2) 7	(3) $\frac{15}{2}$	(4) 22	(5) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$	(6) $30\sqrt{2}$
-----------------	-------	--------------------	--------	---------------------------	------------------

次の△ABCの面積を求めよ。

(1)  $a = b = c = 6$

$$\triangle ABC \text{ は正三角形なので, } A = 60^\circ \text{ であるから } \triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(2)  $a = 4, b = 7, C = 30^\circ$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} = 7$$

(3)  $a = 6, c = 5, B = 150^\circ$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

(4)  $b = 11, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$

$$\sin A = \frac{4}{5} \text{ であるから } \triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 22$$

(5)  $a = \sqrt{7}, b = 3, c = 2$

$$\text{余弦定理により } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{3^2 + 2^2 - \sqrt{7}^2}{2 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{1}{2} \text{ よって } A = 60^\circ$$

$$\text{したがって } \triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

(6)  $a = 9, b = 10, c = 11$

$$\text{余弦定理により } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{10^2 + 11^2 - 9^2}{2 \cdot 10 \cdot 11} = \frac{7}{11} \text{ よって } \sin A = \frac{6\sqrt{2}}{11}$$

$$\text{したがって } \triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 11 \cdot \frac{6\sqrt{2}}{11} = 30\sqrt{2}$$

〔別解〕ヘロンの公式を利用すると

$$\frac{9+10+11}{2} = 15 \text{ より } \triangle ABC = \sqrt{15(15-9)(15-10)(15-11)} = 30\sqrt{2}$$