

34. 正弦定理

$$(1) a = 5\sqrt{3} \quad (2) c = 2\sqrt{3}, R = 2\sqrt{3} \quad (3) B = 45^\circ \quad (4) b = \frac{10\sqrt{6}}{3}, R = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

次の問いに答えよ。

(1) $\triangle ABC$ において、 $A = 120^\circ$ 、外接円の半径が5 のとき、 a を求めよ。

$$\text{正弦定理より } \frac{a}{\sin A} = 2R \text{ であるから } \frac{a}{\sin 120^\circ} = 2 \cdot 5 \text{ より } a = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

(2) $\triangle ABC$ において、 $b = 6$ 、 $B = 120^\circ$ 、 $C = 30^\circ$ のとき、 c と外接円の半径 R を求めよ。

$$\text{正弦定理より } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ であるから } \frac{6}{\sin 120^\circ} = \frac{c}{\sin 30^\circ} = 2R \text{ より}$$

$$c = 6 \times \frac{1}{2} = 3, \quad R = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$$

(3) $\triangle ABC$ において、 $a = \sqrt{6}$ 、 $b = 2$ 、 $A = 60^\circ$ のとき、 B を求めよ。

$$\text{正弦定理より } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \text{ であるから } \frac{\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sin B} \text{ より}$$

$$\sin B = \frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

よって $B = 45^\circ, 135^\circ$ となるが、 $A = 60^\circ$ より適するのは $B = 45^\circ$

(4) $\triangle ABC$ において、 $B = 45^\circ$ 、 $C = 15^\circ$ 、 $a = 10$ のとき、 b と外接円の半径 R を求めよ。

$$A = 180^\circ - (B + C) = 120^\circ$$

$$\text{正弦定理より } \frac{10}{\sin 120^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ} = 2R \text{ なので}$$

$$b = 10 \times \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{1}, \quad R = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$