

27. 絶対値記号を含む2次方程式

$$(1) x = -2, 0, 2$$

$$(2) x = -1, 7$$

$$(3) x = -3, 2, 4$$

$$(4) x = -1, 1, 5, 11$$

次の方程式を解け。

$$(1) |x^2 - 2| = 2$$

$$x^2 - 2 = 2 \quad \text{または} \quad x^2 - 2 = -2$$

$$x^2 = 4 \quad \text{または} \quad x^2 = 0$$

$$x = \pm 2 \quad \text{または} \quad x = 0$$

$$\text{よって } x = -2, 0, 2$$

$$(2) x^2 - 5x - 2 = 2|x - 1|$$

$$(i) x - 1 \geq 0 \quad \text{すなわち } x \geq 1 \quad \text{のとき} \dots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 5x - 2 = 2(x - 1)$$

$$x^2 - 7x = 0$$

$$x(x - 7) = 0$$

$$x = 0, 7$$

$$\textcircled{1} \text{より } x = 7$$

$$(ii) x - 1 < 0 \quad \text{すなわち } x < 1 \quad \text{のとき} \dots \textcircled{2}$$

$$x^2 - 5x - 2 = -2(x - 1)$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4, -1$$

$$\textcircled{2} \text{より } x = -1$$

$$(i)(ii) \text{より } x = -1, 7$$

$$(3) |x^2 - 9| = x + 3$$

$$(i) x^2 - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -3, 3 \leq x \text{ のとき} \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 9 = x + 3$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4, -3 \quad \textcircled{1} \text{より } x = 4, -3$$

$$(ii) x^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3 \text{ のとき} \cdots \textcircled{2}$$

$$-(x^2 - 9) = x + 3$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3, 2 \quad \textcircled{2} \text{より } x = 2$$

$$(i)(ii) \text{より } x = -3, 2, 4$$

$$(4) |x^2 - 8x - 3| = 2x + 8$$

$$(i) x^2 - 8x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4 - \sqrt{19}, 4 + \sqrt{19} \leq x \cdots \textcircled{1} \text{ のとき}$$

$$x^2 - 8x - 3 = 2x + 8$$

$$x^2 - 10x - 11 = 0$$

$$(x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = 11, -1 \quad \textcircled{1} \text{より } x = 11, -1$$

$$(ii) x^2 - 8x - 3 < 0 \Leftrightarrow 4 - \sqrt{19} < x < 4 + \sqrt{19} \cdots \textcircled{2} \text{ のとき}$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x - 1)(x - 5) = 0$$

$$x = 1, 5 \quad \textcircled{2} \text{より } x = 1, 5$$

$$(i)(ii) \text{より } x = -1, 1, 5, 11$$