

## 26. 2次不等式②

- (1)  $x \leq -4, -1 \leq x$     (2)  $x < 1, 6 < x$     (3)  $x < \frac{1-\sqrt{22}}{3}, \frac{1+\sqrt{22}}{3} < x$     (4) すべての実数  
 (5) 解なし    (6)  $x = \frac{5}{2}$     (7)  $x = 7$  を除くすべての実数    (8) すべての実数

次の2次不等式を解け。

(1)  $(x+3)^2 \leq x+5$

$$x^2 + 6x + 9 \leq x + 5$$

$$x^2 + 5x + 4 \leq 0$$

$$(x+1)(x+4) \leq 0$$

$$x \leq -4, -1 \leq x$$

(2)  $-3x - 2 < x^2 - 10x + 4$

$$-x^2 + 7x - 6 < 0$$

$$x^2 - 7x + 6 > 0$$

$$(x-1)(x-6) > 0$$

$$x < 1, 6 < x$$

(3)  $(x-1)^2 + 4 < (2x-1)^2 - 3$

$$x^2 - 2x + 1 + 4 < 4x^2 - 4x + 1 - 3$$

$$-3x^2 + 2x + 7 < 0$$

$$3x^2 - 2x - 7 > 0$$

( $3x^2 - 2x - 7 = 0$  を解くと  $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$  より)

$$x < \frac{1-\sqrt{22}}{3}, \frac{1+\sqrt{22}}{3} < x$$

(4)  $x^2 + 8x + 20 > 0$

$(x+4)^2 + 4 > 0$  と変形できるから、 $x$  はすべての実数。

※  $x^2 + 8x + 20 = 0$  の判別式を  $D$  として、 $\frac{D}{4} = -4 < 0$  より判断してもよい。

$$(5) -x^2 + 6x - 10 \geq 0$$

$$x^2 - 6x + 10 \leq 0$$

$$(x-3)^2 + 1 \leq 0$$

これを満たす実数  $x$  は存在しないので、解なし。

$$(6) 4x^2 - 20x + 25 \leq 0$$

$$(2x-5)^2 \leq 0$$

$$2x-5=0 \text{ より } x = \frac{5}{2}$$

$$(7) x^2 - 14x > -49$$

$$x^2 - 14x + 49 > 0$$

$$(x-7)^2 > 0$$

よって  $x=7$  を除くすべての実数。

※ 「 $x \neq 7$ であるすべての実数」または「 $x < 7, 7 < x$ 」と表すこともできる。

$$(8) 6x^2 - 7x - 5 \geq 2x^2 + 5x - 14$$

$$4x^2 - 12x + 9 \geq 0$$

$$(2x-3)^2 \geq 0$$

$x$  はすべての実数。



(4)~(8)は2次不等式の計算問題の中でも、解が特殊なものになる場合になっています。2次関数のグラフをイメージしながら解くのがよいですが、例外的な場合なので、まずは(3)までのような、2次方程式が異なる2つの実数解をもつタイプの2次不等式をきちんと解けるようになりましょう。