

25. 2次不等式①

$$(1) -2 < x < 3 \quad (2) x \leq -\frac{1}{2}, 1 \leq x \quad (3) -5 \leq x \leq 7 \quad (4) x < -6, 2 < x$$

$$(5) -\frac{1}{3} < x < 3 \quad (6) x < \frac{2}{3}, \frac{3}{4} < x \quad (7) \frac{5-\sqrt{21}}{2} \leq x \leq \frac{5+\sqrt{21}}{2}$$

$$(8) x < \frac{3-\sqrt{33}}{4}, \frac{3+\sqrt{33}}{4} < x \quad (9) x \leq -2-\sqrt{10}, -2+\sqrt{10} \leq x \quad (10) -1-\sqrt{2} < x < -1+\sqrt{2}$$

次の2次不等式を解け。

$$(1) (x-3)(x+2) < 0$$

$$-2 < x < 3$$

$$(2) (2x+1)(x-1) \geq 0$$

$$x \leq -\frac{1}{2}, 1 \leq x$$



2次不等式は、学び始めは2次関数のグラフを利用して解くのが一般的です。そのため、解を数直線と対応付けて $x \leq \alpha, \beta \leq x$ などと表すことがよくあります。本来、解を表す変数 x は左辺にあるべきなのですが。

$$(3) x^2 - 2x - 35 \leq 0$$

$$(x-7)(x+5) \leq 0$$

$$-5 \leq x \leq 7$$

$$(4) x^2 + 4x - 12 > 0$$

$$(x+6)(x-2) > 0$$

$$x < -6, 2 < x$$

$$(5) 3x^2 - 8x - 3 < 0$$

$$(3x+1)(x-3) < 0$$

$$-\frac{1}{3} < x < 3$$

$$(6) 12x^2 - 17x + 6 > 0$$

$$(3x-2)(4x-3) > 0$$

$$x < \frac{2}{3}, \frac{3}{4} < x$$

$$(7) x^2 - 5x + 1 \leq 0$$

($x^2 - 5x + 1 = 0$ を解くと $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ なので)

$$\frac{5 - \sqrt{21}}{2} \leq x \leq \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$$

$$(8) 2x^2 - 3x - 3 > 0$$

($2x^2 - 3x - 3 = 0$ を解くと $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$ なので)

$$x < \frac{3 - \sqrt{33}}{4}, \frac{3 + \sqrt{33}}{4} < x$$

$$(9) x^2 + 4x - 6 \geq 0$$

($x^2 + 4x - 6 = 0$ を解くと $x = -2 \pm \sqrt{10}$ なので)

$$x \leq -2 - \sqrt{10}, -2 + \sqrt{10} \leq x$$

$$(10) x^2 + 2x - 1 < 0$$

($x^2 + 2x - 1 = 0$ を解くと $x = -1 \pm \sqrt{2}$ なので)

$$-1 - \sqrt{2} < x < -1 + \sqrt{2}$$



2次不等式を解く際は、必ず2次方程式を解くことになります。

因数分解できればすぐに解は求まりますが、因数分解が容易でない場合は解の公式を利用することになります。

2次関数のグラフをイメージして解の範囲を考えることは大切ですが

$$\alpha < \beta \text{ のとき, } (x - \alpha)(x - \beta) < 0 \Leftrightarrow \alpha < x < \beta$$

$$(x - \alpha)(x - \beta) > 0 \Leftrightarrow x < \alpha, \beta < x$$

は結果としてすぐに使えるようにしておきたいところです。