

20. 2次式の平方完成

$$(1) (x-2)^2 - 4 \quad (2) -(x-1)^2 - 2 \quad (3) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \quad (4) -2(x+2)^2 + 8$$

$$(5) \frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{1}{2} \quad (6) 3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{35}{4} \quad (7) \frac{2}{3}\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{8} \quad (8) -\frac{1}{3}(x-3)^2 + \frac{9}{2}$$

次の2次式を平方完成せよ。

$$(1) x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4$$

$$\begin{aligned} (2) -x^2 + 2x - 3 &= -(x^2 - 2x) - 3 \\ &= -\{(x-1)^2 - 1\} - 3 \\ &= -(x-1)^2 + 1 - 3 \\ &= -(x-1)^2 - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) x^2 + x + 1 &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 \\ &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) -2x^2 - 8x &= -2(x^2 + 4x) \\ &= -2\{(x+2)^2 - 4\} \\ &= -2(x+2)^2 + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \frac{1}{2}x^2 - x &= \frac{1}{2}(x^2 - 2x) \\ &= \frac{1}{2}\{(x-1)^2 - 1\} \\ &= \frac{1}{2}(x-1)^2 - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$(6) 3x^2 + 9x - 2 = 3(x^2 + 3x) - 2$$

$$= 3 \left\{ \left(x + \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{9}{4} \right\} - 2$$

$$= 3 \left(x + \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{27}{4} - 2$$

$$= 3 \left(x + \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{35}{4}$$

$$(7) \frac{2}{3}x^2 + x = \frac{2}{3} \left(x^2 + \frac{3}{2}x \right)$$

$$= \frac{2}{3} \left\{ \left(x + \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{9}{16} \right\}$$

$$= \frac{2}{3} \left(x + \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{3}{8}$$

$$(8) -\frac{1}{3}x^2 + 2x + \frac{3}{2} = -\frac{1}{3}(x^2 - 6x) + \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{1}{3} \{ (x-3)^2 - 9 \} + \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 3 + \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{1}{3}(x-3)^2 + \frac{9}{2}$$



$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ と変形することを

「平方完成する」といいます。 $x^2 + 6x + 9 = (x-3)^2$ のように

ちょうど2乗になるものは完全平方式と呼ばれます。